Zu bemerken ist, daß die oben wiedergegebenen Beobachtungen am Dublett $^{12}CH_4 - ^{16}O$ qualitativ in ähnlicher, aber bisher nicht näher untersuchter Weise auch bei anderen Dubletts gemacht werden.

Wir machen nun die vereinfachenden Annahmen — hier folge ich einem von Hrn. Prof. Mattauch gegebenen Gedankengang, der z. Tl. und in vagerer Form auch schon von Aston vorgebracht wurde —, daß erstens für die beiden Atomionen der genannten Dubletts ähnliche, vielleicht auch quantitativ gleiche Verhältnisse vorliegen — das Entsprechende soll dann auch für die beiden Molekülionen gelten —, und daß zweitens die Meßergebnisse ein und derselben Veröffentlichung vermutlich meist mit einer bestimmten Justierung des betreffenden Apparates gewonnen wurden. Dann müssen wir folgern, daß die nach dem Vorstehenden zu erwartenden systematischen Fehler der Ergebnisse einer bestimmten Veröffentlichung bei beiden Dubletts jeweils in der gleichen Richtung liegen und vielleicht auch die gleiche Größe haben. In der 4. Spalte der Tabelle sind daher für einen Teil der Ergebnisse die Abweichungen von den als „richtig" angenommenen Werten[21] 363,9 bzw. 125,7 für die Dublettabstände (in 10^{-4}-Masseneinheiten) angeführt (s. a. Zeile 13 der Tab.). Wir sehen in der Tat, daß nebeneinander stehende Zahlen dieser Spalte das gleiche Vorzeichen haben und vorwiegend auch etwa die gleiche Größe. In Spalte 5 ist das Auflösungsvermögen der verschiedenen Apparaturen nach einer noch nicht veröffentlichten kritischen Zusammenstellung von J. Mattauch und L. Waldmann angegeben, wobei nach Möglichkeit die Linien-Halbwertsbreiten aus den von den einzelnen Autoren veröffentlichten Photometerdiagrammen zugrunde gelegt sind. Spalte 6 gibt schließlich diese Halbwertsbreiten. Im Vergleich mit den Zahlen der Spalte 4 erkennen wir, daß die systematischen Fehler in den angeführten Fällen größenordnungsmäßig $^1/_{10}$ der zugehörigen Linienbreiten betragen.

Eine auffällige Diskrepanz beobachteten Mattauch und Herzog[14] 1937 bei der Bestimmung des Dubletts bei der Massenzahl 14. Sie verwendeten Aufnahmen von drei verschiedenen Plattenserien. Die Serien I und III ergaben übereinstimmend $(128{,}0 \pm 0{,}6) \cdot 10^{-4}$ ME (Zeile 5 der Tab.), während aus der Serie II weit außerhalb der Grenzen der statistischen Fehler $(124{,}3 \pm 0{,}3) \cdot 10^{-4}$ ME folgte (Zeile 6). Die Autoren schrieben damals: „Als Fehler sind durchweg die wahrscheinlichen Fehler angegeben, ohne Rücksicht auf eventuelle systematische Fehler, deren Diskussion wir verschieben wollen, bis durch weitere Versuche, wie wir hoffen, das abweichende Resultat der Serie II aufgeklärt sein wird." Die gesuchte Erklärung ist nun die, daß, entgegen der oben der Einfachheit halber gemachten Annahme, zwischen der Herstellung der drei Plattenserien doch wesentliche Änderungen an der Justierung des Apparates vorgenommen wurden. Zufällig waren diese Änderungen derart, daß sie bei den Serien I und III zu gleich großen Fehlern Anlaß gaben. Hier sei auch angemerkt, daß die von Mattauch[15] 1938 gegebene Photometerkurve des Tripletts bei der Massenzahl 16 deutlich eine etwas größere Linienbreite der O^+-Linie erkennen läßt, womit also für die damaligen Messungen die Möglichkeit von systematischen Fehlern nicht von der Hand zu weisen ist.

Das nächste Ziel ist nunmehr, mit dem kurzen Spalt und dem engen Kanal Neumessungen der Grunddubletts durchzuführen und zu prüfen, ob die Ergebnisse nun keine Schwankungen mehr aufweisen.

Abschließend möchte ich Hrn. Prof. Mattauch für wertvolle Diskussionen und Literaturhinweise meinen herzlichen Dank sagen. Frl. W. Talkowsky hatte wiederum am guten Gelingen der Aufnahmen hervorragenden Anteil.

NOTIZEN

Das magnetische Moment des Elektrons

Von Heinz Koppe

Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen

(Z. Naturforschg. **3a**, 124—125 [1948]; eingeg. am 12. April 1948)

Nach der Diracschen Theorie kommt einem Teilchen der Masse m und des Spins 1/2 ein magnetisches Moment $\mu = \frac{1}{2} \frac{e\,\hbar}{m\,c}$ zu. Das magnetische Moment des Protons steht bekanntlich im Widerspruch mit dieser Forderung, was durch einen Beitrag des umgebenden Mesonenfeldes zu diesem Moment erklärt werden kann. Neue Messungen von Rabi scheinen zu zeigen, daß auch beim Elektron kleine Abweichungen vom Diracschen Wert des magnetischen Moments auftreten. Es erhebt sich deshalb die Frage, ob nicht auch beim Elektron ein solcher „Feldbeitrag" zum magnetischen Moment vorhanden ist. Das ist tatsächlich auf Grund der Quantenelektrodynamik zu erwarten, wie folgende Überlegung zeigt: Die Quantenelektrodynamik führt zu Abweichungen von den Maxwellschen Gleichungen, die anschaulich so erklärt werden können, daß in Gebieten großer Energiedichte des elektromagnetischen Feldes die Möglichkeit zur Bildung (virtueller) Elektron-Positron-Paare besteht. Bei der Bildung eines solchen Paares wird im allgemeinen der Drehimpuls dadurch gewahrt bleiben, daß beide Teilchen entgegengesetzten Spin haben. Dann liegen aber infolge der entgegengesetzten Ladungen ihre magnetischen Momente in der gleichen Richtung und geben eine nicht verschwindende Resultierende. Durch ein äußeres magnetisches Feld wird eine der beiden möglichen Einstellungsrichtungen energetisch bevorzugt, und man überlegt leicht, daß auf diese Weise ein Paramagnetismus des Vakuums zustande kommen muß. Ein Elektron ist also von einer solchen paramagnetischen Wolke umgeben, und diese wird durch das magnetische Moment des Elektrons polarisiert werden, so daß das Moment des Elektrons um diesen „Polarisationsanteil" $\delta\mu$ erhöht erscheint.

Eine quantitative Durchführung dieser Rechnung würde zunächst durch die üblichen Divergenzschwierigkeiten erschwert werden. Die folgende Überlegung wird aber wohl ein Maß für die Größenordnung des zu erwartenden Effekts liefern.

Wir gehen aus von der Verallgemeinerung der Maxwellschen Gleichungen, die von Heisenberg und Euler[1] auf Grund der Diracschen Löchertheorie aufgestellt worden ist. Daraus ergibt sich insbesondere für den Zusammenhang zwischen $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{B}$ (unter Vernachlässigung der in $\mathfrak{B}$ nichtlinearen Glieder)

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{B} + \frac{4\pi}{180\,\pi^2\,\alpha\,E_0^2}\left\{2\,\mathfrak{B}\,\mathfrak{E}^2 - 7\,\mathfrak{E}\,(\mathfrak{E}\,\mathfrak{B})\right\}. \quad (1)$$

Dabei ist $\alpha = 1/_{137}$ die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante und $E_0 = m^2c^4/e^3$ die „Feldstärke am Rande des Elektrons". Aus dieser Gleichung kann man sofort die magnetische Suszeptibilität des Vakuums ablesen, und für das induzierte Moment bekommt man

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{180\,\pi^2\,\alpha\,E_0^2}\left\{7\,\mathfrak{E}\,(\mathfrak{E}\,\mathfrak{B}) - 2\,\mathfrak{B}\,\mathfrak{E}^2\right\}. \quad (2)$$

Allerdings gilt Gl. (2) nur für Felder, die räumlich und zeitlich langsam veränderlich sind, also sicher nicht in unmittelbarer Nähe des Elektrons. Trotzdem wird (2) wohl die richtige Größenordnung auch in unserem Falle liefern.

Setzt man für $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{B}$ das Feld einer Punktladung e bzw. eines magnetischen Dipols μ ein, so bekommt man für das Polarisationsmoment

$$\delta\mu = \int \mathfrak{M}\, d\mathfrak{r}\,.$$

Die Durchführung der Rechnung ergibt

$$\frac{\delta\mu}{\mu} = \frac{4\,\pi}{3}\,\frac{1}{180\,\pi^2\,\alpha\,E_0^2}\int_r^\infty \frac{e^2}{r^5}\,dr\,. \quad (3)$$

Das Integral divergiert an der unteren Grenze. Man wird aber etwa die Größenordnung des wirklichen Effektes bekommen, wenn man nur bis zum „Elektronenradius" $r_0 = e^2/m\,c^2$ integriert. Dann ergibt sich

$$\frac{\delta\mu}{\mu} = \frac{1}{3\cdot 180\;\alpha\cdot\pi} = 0{,}08\,. \quad (4)$$

Demnach wäre $\delta\mu$ gleich 8% des Bohrschen Magnetons. Dieser Wert ist etwa 80-mal größer als der tatsächlich von Rabi gemessene. Eine bessere Übereinstimmung wäre bei der oben benutzten sehr groben Abschneidevorschrift reiner Zufall gewesen. Der Wert des Integrals in (3) ist nämlich der vierten Potenz der unteren Grenze proportional, so daß ein Faktor von der Größenordnung 1 bei der Wahl von r_1 schon zwei Zehnerpotenzen bei $\delta\mu$ ausmachen kann. Das hängt damit zusammen, daß der größte Beitrag zu $\delta\mu$ gerade von den Gebieten kommt, in denen (1) schon keine brauchbare Näherung mehr ist. Vielleicht können später die verfeinerten Abschneidevorschriften, die sich in der jüngsten Zeit bei der Quantenelektrodynamik bewährt und zur verbesserten Deutung der Wasserstoff-Feinstruktur geführt haben, auch den Wert des magnetischen Elektronenmoments befriedigend deuten[2].

Aus (1) ergibt sich übrigens, daß die Suszeptibilität des Vakuums Tensorcharakter hat und von der gegenseitigen Orientierung von $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{E}$ abhängt. Daraus folgt, daß das Elektron auch ein magnetisches Quadrupolmoment besitzen muß.

[1] Euler, Ann. Physik **26**, 398 [1936]; Heisenberg u. Euler, Z. Physik **98**, 714 [1936]. Vgl. auch Wentzel, Quantentheorie der Wellenfelder, Wien 1943, S. 190 (Druckfehler! Es muß dort $\hbar$ statt h^5 heißen).

[2] Anm. bei der Korr.: Wie aus einer inzwischen zugänglich gewordenen Notiz in Physic. Rev. **73**, 416 [1948] hervorgeht, ist eine derartige Rechnung bereits von J. Schwinger mit ausgezeichnetem Erfolg durchgeführt worden. Demgegenüber dürfte der Sinn der vorliegenden Notiz in einer anschaulichen Deutung des Effektes zu sehen sein.

Über magnetische Zylinderlinsen mit korrigiertem Bildfehler

Von Heinrich Hintenberger

Kaiser-Wilhelm-Institut für Chemie, Tailfingen

(Z. Naturforschg. **3a**, 125—127 [1948]; eingeg. am 8. Januar 1948)

Die Wirksamkeit geradlinig begrenzter, homogener magnetischer Felder als Zylinderlinsen für Ionen und Elektronen wurde mehrfach untersucht[1] und ange-

[1] W. E. Stephens, Physic. Rev. **45**, 513 [1934]; R. Herzog, Z. Physik **89**, 447 [1934]; L. Cartan, J. Physique Radium 8, 453 [1937].